ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Σχόλιο ομάδας Μαθηματικών έλιξ:
Τα θέματα ήταν βατά χωρίς κάποια ιδιαίτερη δυσκολία. Θα τα χαρακτηρίζαμε αναμενόμενα και χωρίς εκπλήξεις για τους προετοιμασμένους μαθητές.

Α1. Από σχολικό βιβλίο σελίδα 65

$f_1 + f_2 + \cdots + f_k = 1$, αφού

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \frac{\nu_1}{\nu} + \frac{\nu_2}{\nu} + \cdots + \frac{\nu_k}{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_k}{\nu} = \frac{\nu}{\nu} = 1$$

Α2. Ορισμός από σχολικό βιβλίο σελίδα 87

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το ν είναι περιττός αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το ν είναι άρτιος αριθμός.

Α3. Ορισμός από σχολικό βιβλίο σελίδα 27

Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α, και Β το σύνολο των x ∈ Α στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη. Τότε ορίζεται μια νέα συνάρτηση, με την οποία κάθε x ∈ Β αντιστοιχίζεται στο $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Η συνάρτηση αυτή λέγεται (πρώτη) παράγωγος (derivative) της f και συμβολίζεται με f'.

Α4. α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

Θέμα Β

Β1.

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+1, \quad x\in\mathbb{R}$$

$$f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+1\right)'$$

$$f'(x)=x^2-2x-3$$

Β2.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0$$

$$\Delta=4-4\cdot 1\cdot(-3)=16$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm 4}{2}$$

$$x_1=3, \quad x_2=-1$$

x	$-\infty$	**-1**	**3**	$+\infty$
$f'(x)$	+	0 -	0 +	
$f(x)$	↗	↘	↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty,-1]$ και $[3,+\infty)$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1,3]$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο -1 το $f(-1)=\frac{1}{3}(-1)^3-(-1)^2-3(-1)+1=-\frac{1}{3}-1+3+1=\frac{8}{3}$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο 3 το

$f(3)=\frac{1}{3}\cdot 3^3-3^2-3\cdot 3+1$=9-9-9+1=-8

Β3. Η εξίσωση της ευθείας είναι y=λx+β

Στο σημείο Α(0, f(0)) έχουμε

$f'(0)=0^2-2\cdot 0-3=-3$

Άρα $\lambda=-3$

$f(0)=\frac{1}{3}\cdot 0^3-0^2-3\cdot 0+1$

f(0)=1

Συνεπώς $1=-3\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=1$

Επομένως η εξίσωση ευθείας είναι y=-3x+1

Β4.

$\lim_{x\to -1}\frac{f'(x)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x-3)(x+1)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-3)$=-1-3=-4

Θέμα Γ

Γ1. Ισχύει $\bar{x}=4\Leftrightarrow$

$$\frac{\sum_{i=1}^{7}x_i}{\nu}=4\Leftrightarrow\frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7}=4\Leftrightarrow\frac{23+\kappa}{7}=4\Leftrightarrow 23+\kappa=28\Leftrightarrow\kappa=5$$

Γ2. Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά : 0 3 4 4 5 5 7

ν=7 άρα περιττός . Άρα ως διάμεσος ορίζεται η μεσαία παρατήρηση. Συνεπώς δ=4

Γ3. $s^2=\frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{7}(t_i-\bar{x})^2 \quad =\frac{1}{7}\left[(0-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2\right]$

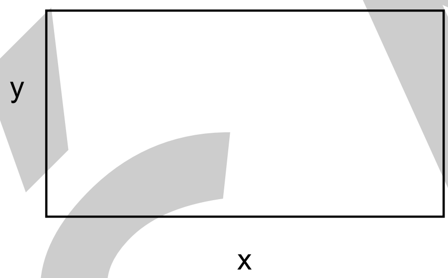
$=\frac{16+1+1+1+3}{7}=\frac{28}{7}=4$

Γ4. $s^2=4$**,** άρα $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{4}=2$

$CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{2}{4}=0,5=50\%>10\backslash\%$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Θέμα Δ



Δ1.

$E=100\Rightarrow x\cdot y=100\Rightarrow y=\frac{100}{x}$ (1) όπου $x>0$ και $y>0$

$\Pi=x+y+x+y=2x+2y=2x+2\cdot\frac{100}{x}=2x+\frac{200}{x}$

Συνεπώς, $\Pi(x)=2x+\frac{200}{x} \quad , \quad x>0$

Δ2. Για κάθε

$$x>0,\ \Pi'(x)=\left(2x+\frac{200}{x}\right)'=2-\frac{200}{x^2}=\frac{2x^2-200}{x^2}$$

$$\Pi'(x)=0\Leftrightarrow\frac{2x^2-200}{x^2}=0\Leftrightarrow 2x^2-200=0\Leftrightarrow 2x^2=200\Leftrightarrow x^2=100$$

$\Leftrightarrow x=10$ δεκτή ή $x=-10$ απορρίπτεται αφού $x>0$

x	0		10		+∞
Π΄	‖	-	0	+	
Π	‖	↘		↗	

Η Π είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(0,10]$ ενώ γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[10,+\infty)$. Η Π παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_o=10\text{m}$ όπου από τη σχέση (1) έχουμε ότι $y=\frac{100}{10}=10\text{m}$ επομένως, το ορθογώνιο με τη μικρότερη περίοδο έχει x=y=10m δηλαδή είναι τετράγωνο.

Δ3.Ισχύει

Για κάθε $x_1,x_2\in(0,+\infty),\ x_1<x_2 \overset{x_1,x_2\in(0,+\infty)}{\underset{\Pi\downarrow}{\Leftrightarrow}} \Pi(x_1)>\Pi(x_2)\Leftrightarrow\Pi(x_1)-\Pi(x_2)>0$

$$\begin{cases}x_1<x_2\Leftrightarrow x_1-x_2<0\\ \Pi(x_1)-\Pi(x_2)>0\end{cases}\Rightarrow A=\frac{\Pi(x_1)-\Pi(x_2)}{x_1-x_2}<0$$

Δ4.

$$\lim_{x\to 10}\frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x}-10}=\lim_{x\to 10}\frac{\dfrac{2x^2-200}{x^2}}{\sqrt{10x}-10}=\lim_{x\to 10}\frac{2x^2-200}{x^2\cdot\left(\sqrt{10x}-10\right)}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 10}\frac{2\left(x^2-100\right)}{x^2\cdot\left(\sqrt{10x}-10\right)}$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)(x+10)}{x^2\cdot\left(\sqrt{10x}-10\right)}=\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)(x+10)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{x^2\cdot\left(\sqrt{10x}-10\right)\left(\sqrt{10x}+10\right)}=$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)(x+10)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{x^2\cdot\left(\sqrt{10x}^2-10^2\right)}=\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)(x+10)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{x^2\cdot(10x-100)}=$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)(x+10)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{x^2\cdot 10(x-10)}=\lim_{x\to 10}\frac{2(x+10)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{10x^2}=$$

$$\frac{2\cdot 20\cdot 20}{10\cdot 100}=\frac{800}{1000}=\frac{4}{5}$$